

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Мордовский государственный педагогический
университет имени М.Е. Евсевьева»**

Физико-математический факультет

Кафедра математики и методики обучения математике

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Наименование дисциплины (модуля): Математическое моделирование

Уровень ОПОП: Бакалавриат

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя
профилями подготовки)

Профиль подготовки: Математика. Информатика

Форма обучения: Очная

Разработчики:

Базаркина О. А., канд. физ.-мат. наук, доцент

Ладошкин М.В., канд. физ.-мат. наук, доцент

Программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры, протокол № 10 от
24.05.2017 года

Зав. кафедрой



Ладошкин М. В.

Программа с обновлениями рассмотрена и утверждена на заседании кафедры,
протокол № 11 от 27.06.2019 года

Зав. кафедрой



Ладошкин М. В.

Программа с обновлениями рассмотрена и утверждена на заседании кафедры,
протокол № 11 от 27.06.2020 года

Зав. кафедрой



Ладошкин М. В.

Программа с обновлениями рассмотрена и утверждена на заседании кафедры,
протокол № 1 от 31.08.2020 года

Зав. кафедрой



Ладошкин М. В.

Подготовлено в системе 1С:Университет (000003511)

1. Цель и задачи изучения дисциплины

Цель изучения дисциплины - формирование у студентов теоретических знаний и практических умений в области математического моделирования, овладение методами построения и исследования математических моделей.

Задачи дисциплины:

- изучение теоретических основ математического моделирования;
- формирование у студентов умения строить математические модели прикладных задач из различных областей научного знания;
- обучение применению теории обыкновенных дифференциальных уравнений к решению задач моделирования физических, биологических, социально-экономических процессов;
- формирование у студентов представления о дифференциальных уравнениях как математических моделях явлений и процессов, формирование умения составлять дифференциальные уравнения по условиям прикладных задач;
- формирование умения применять компьютерные технологии для математического моделирования процессов и явлений;
- реализация внутрипредметных и междисциплинарных связей с физикой, биологией, экономикой и др.;
- подготовка студентов к использованию теоретических знаний и практических умений в области математического моделирования в будущей профессиональной деятельности.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплина Б1.В.11 «Математическое моделирование» относится к вариативной части учебного плана.

Дисциплина изучается на 4, 5 курсе, в 8, 9 семестрах.

Для изучения дисциплины требуется: иметь знания и умения, приобретенные в результате освоения предшествующих дисциплин: математический анализ; высшая алгебра; аналитическая геометрия; сведения из курса физики и других естественнонаучных дисциплин.

Изучению дисциплины Б1.В.11 «Математическое моделирование» предшествует освоение дисциплин (практик):

- Б1.Б.15 Основы математической обработки информации;
- Б1.В.04 Математический анализ;
- Б1.В.07 Алгебра;
- Б1.В.10 Компьютерное моделирование;
- Б1.В.19 Геометрия.

Освоение дисциплины Б1.В.ОД.11 «Математическое моделирование» является необходимой основой для последующего изучения дисциплин (практик):

- Б1.В.13 Физика;
- Б1.В.18 Численные методы;
- Б1.В.21 Системы компьютерной математики.

Область профессиональной деятельности, на которую ориентирует дисциплина «Математическое моделирование», включает: образование, социальную сферу, культуру.

Освоение дисциплины готовит к работе со следующими объектами профессиональной деятельности:

- обучение;
- воспитание;
- развитие;
- образовательные системы.

В процессе изучения дисциплины студент готовится к видам профессиональной

деятельности и решению профессиональных задач, предусмотренных ФГОС ВО и учебным планом.

3. Требования к результатам освоения дисциплины

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование компетенций и трудовых функций (профессиональный стандарт Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель), утвержден приказом Министерства труда и социальной защиты №544н от 18.10.2013).

Выпускник должен обладать следующими профессиональными компетенциями (ПК) в соответствии с видами деятельности:

ПК-1. готовностью реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов	
ПК-1 готовностью реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов	знать: - понятие математической модели и метода математического моделирования, свойства математических моделей, особенности построения и исследования математических моделей, классификацию математических моделей, этапы математического моделирования; уметь: - строить математические модели прикладных задач из различных областей научного знания; - проводить анализ и исследование построенных математических моделей; - применять математический аппарат теории обыкновенных дифференциальных уравнений к решению задач моделирования физических, биологических, социально-экономических процессов; - использовать компьютерные технологии для построения и исследования математических моделей; владеть: - навыками построения и исследования математических моделей процессов и явлений;- навыками использования методов дисциплины в качестве инструмента реализации образовательных программ в соответствии с современными методиками и технологиями для обеспечения качества учебно-воспитательного процесса..
ПК-4. способностью использовать возможности образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемых учебных предметов	
ПК-4 способностью использовать возможности образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемых учебных предметов	знать: - возможности использования основных понятий, идей и методов математического моделирования для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса; уметь: - применять полученные в ходе изучения дисциплины знания в будущей профессиональной деятельности для формирования навыков построения математических моделей прикладных задач, повышения качества математического

	образования школьников; владеть: - навыками применения теоретических знаний и практических умений в области математического моделирования для достижения личностных, метапредметных, предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса..
--	---

4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Всего часов	Восьмой семестр	Девятый семестр
Контактная работа (всего)	64	28	36
Лабораторные	52	28	24
Лекции	12		12
Самостоятельная работа (всего)	44	8	36
Виды промежуточной аттестации	36		36
Зачет		+	
Экзамен	36		36
Общая трудоемкость часы	144	36	108
Общая трудоемкость зачетные единицы	4	1	3

5. Содержание дисциплины

5.1. Содержание модулей дисциплины

Модуль 1. Построение элементарных математических моделей на основе дифференциальных уравнений первого порядка:

Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Дифференциальные уравнения первого порядка в моделировании процессов и явлений. Математическая модель распада радиоактивного вещества. Математическая модель роста числа бактерий. Математическая модель изменения давления воздуха над уровнем моря (барометрическая формула). Математическая модель процесса охлаждения тел. Математическая модель истечения жидкости через отверстие в сосуде. Математическая модель скорости изменения информации (модель Гартмана). Модель рекламы. Математическая модель изменения силы тока с течением времени в простейшей электрической цепи. Математическая модель интенсивности светового потока.

Модуль 2. Математическое моделирование физических процессов:

Моделирование движения, описываемого вторым законом Ньютона. Математическое моделирование горизонтального движения тела под действием сопротивления среды. Математическое моделирование вертикального движения тела под действием сопротивления среды. Математическое моделирование физических процессов, приводящих к линейным дифференциальным уравнениям второго порядка. Математическая модель движения тела, брошенного под углом к горизонту. Математическое моделирование колебательных процессов. Математическая модель колебаний математического маятника. Колебания в электрическом контуре.

Модуль 3. Математическое моделирование экологических и биологических процессов:

Математическое моделирование как метод научного познания. Классификация математических моделей. Примеры математических моделей и математический аппарат моделирования. Моделирование процессов роста в природе. Математические модели динамики численности популяции (модель Мальтуса, Ферхюльста, Лотки-Вольтерра). Математическая модель химических реакций. Математические модели задач на смеси. Обеднение растворов. Растворение вещества с течением времени.

Модуль 4. Математическое моделирование социально-экономических процессов:

Этапы построения математических моделей. Понятие о вычислительном эксперименте. Методы построения математических моделей. Метод применения основных законов и уравнений физики. Методы построения математических моделей. Иерархический подход, метод вариационных принципов, метод аналогий. Математическое моделирование финансовых процессов. Математические модели экономической динамики. Математические модели демографических процессов. Математическая модель распространения эпидемий. Математическая модель Ланчестера сражения двух армий.

5.2. Содержание дисциплины: Лекции (12 ч.)

Модуль 3. Математическое моделирование экологических и биологических процессов (6 ч.)

Тема 1. Математическое моделирование как метод научного познания (2 ч.)

Моделирование среди методов научного познания. Понятие математической модели и метода математического моделирования. Требования к математической модели. Особенности построения математических моделей. Свойства математических моделей. Области применения математического моделирования. Математическое моделирование в научных исследованиях.

Тема 2. Классификация математических моделей (2 ч.)

Классификационные признаки математических моделей. Классификация математических моделей в зависимости от сложности объекта моделирования. Классификация математических моделей в зависимости от оператора модели. Классификация математических моделей в зависимости от параметров модели. Классификация математических моделей в зависимости от целей моделирования. Классификация математических моделей в зависимости от методов реализации.

Тема 3. Примеры математических моделей и математический аппарат моделирования (2 ч.)

Задача о движении снаряда (пример простейшей аналитической модели). Задача о баке с наименьшей площадью (пример оптимизационной модели). Транспортная задача (пример задачи линейного программирования). Задача о коммивояжере (элементы теории графов в моделировании). Задача о нахождении связи между структурой и свойствами вещества (задача аппроксимации). Задача об определении надежности электрической цепи (пример вероятностной модели). Задача о радиоактивном распаде (пример дифференциальной модели).

Модуль 4. Математическое моделирование социально-экономических процессов (6 ч.)

Тема 4. Этапы построения математических моделей. Понятие о вычислительном эксперименте (2 ч.)

Исследование объекта моделирования. Концептуальная постановка задачи моделирования. Математическая постановка задачи моделирования. Выбор и обоснование выбора метода решения задачи. Реализация математической модели в виде программы для ЭВМ. Вычислительный эксперимент. Проверка адекватности модели. Практическое использование построенной модели и анализ результатов моделирования.

Тема 5. Методы построения математических моделей. Метод применения основных законов и уравнений физики (2 ч.)

Основные методы построения математических моделей. Построение математических моделей на основе законов сохранения (закона сохранения массы, энергии, импульса) и фундаментальных уравнений физики (метод «от общего к частному»).

Тема 6. Методы построения математических моделей. Иерархический подход, метод вариационных принципов, метод аналогий (2 ч.)

Иерархический подход к построению математических моделей (метод «от простого к сложному»). Метод вариационных принципов при создании математических моделей. Построение математических моделей на основе метода аналогий.

5.3. Содержание дисциплины: Лабораторные (52 ч.)

Модуль 1. Построение элементарных математических моделей на основе дифференциальных уравнений первого порядка (14 ч.)

Тема 1. Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений (2 ч.)

Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Понятие дифференциального уравнения. Виды обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Общий интеграл. Частное решение дифференциального уравнения. Задача Коши. Геометрический смысл решения дифференциального уравнения. Интегрирование дифференциальных уравнений с разделяющимися переменными. Алгоритм решения однородного дифференциального уравнения первого порядка.

Тема 2. Методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка (2 ч.)

Понятие линейного дифференциального уравнения первого порядка. Линейные однородные и неоднородные дифференциальные уравнения первого порядка. Методы решений линейных неоднородных дифференциальных уравнений: метод вариации произвольных постоянных (метод Лагранжа); метод Бернулли. Понятие уравнения в полных дифференциалах. Интегрирование уравнений в полных дифференциалах. Решение дифференциальных уравнений первого порядка с помощью компьютерных технологий.

Тема 3. Дифференциальные уравнения первого порядка в моделировании процессов и явлений. Математическая модель распада радиоактивного вещества. Математическая модель роста числа бактерий (2 ч.)

Понятие дифференциальной модели процесса или явления. Алгоритм составления дифференциальных уравнений по условиям прикладных задач. Построение математической модели распада радиоактивного вещества. Построение математической модели роста числа бактерий в благоприятных условиях.

Тема 4. Математическая модель изменения давления воздуха над уровнем моря (барометрическая формула). Математическая модель процесса охлаждения тел (2 ч.)

Построение математической модели изменения давления воздуха над уровнем моря. Вывод барометрической формулы. Определение закона охлаждения тел.

Тема 5. Математическая модель истечения жидкости через отверстие в сосуде (2 ч.)

Построение математической модели истечения жидкости через отверстие в сосуде. Рассмотрение частных случаев: а) истечение жидкости через отверстие в сосуде цилиндрической формы (когда ось цилиндра расположена вертикально или горизонтально); истечение жидкости через отверстие в сосуде конической формы; истечение жидкости через отверстие в сосуде формы полусферы.

Тема 6. Математическая модель скорости изменения информации (модель Гартмана). Модель рекламы (2 ч.)

Построение математической модели скорости изменения информации. Построение математической модели распространения рекламы.

Тема 7. Математическая модель изменения силы тока с течением времени в простейшей электрической цепи. Математическая модель интенсивности светового потока (2 ч.)

Построение математической модели изменения силы тока с течением времени в простейшей электрической цепи. Построение математической модели интенсивности светового потока (определение закона Бугера)

Модуль 2. Математическое моделирование физических процессов (14 ч.)

Тема 8. Моделирование движения, описываемого вторым законом Ньютона (2 ч.)

Уравнения движения в дифференциальной форме. Построение математических моделей прикладных задач на применение механического смысла производной. Построение математической модели движения тела постоянной массы.

Тема 9. Математическое моделирование горизонтального движения тела под действием сопротивления среды (2 ч.)

Построение математической модели горизонтального движения тела под действием сопротивления среды. Рассмотрение случаев, когда а) сила сопротивления пропорциональна скорости движения тела; б) сила сопротивления пропорциональна квадрату скорости движения тела.

Тема 10. Математическое моделирование вертикального движения тела под действием сопротивления среды (2 ч.)

Построение математической модели вертикального движения тела под действием сопротивления среды. Рассмотрение случаев, когда а) сила сопротивления пропорциональна скорости движения тела; б) сила сопротивления пропорциональна квадрату скорости движения тела. Определение закона изменения высоты парашютиста над уровнем земной поверхности, если сопротивление воздуха пропорционально скорости его падения.

Тема 11. Математическое моделирование физических процессов, приводящих к линейным дифференциальным уравнениям второго порядка (2 ч.)

Линейные дифференциальные уравнения второго порядка: основные понятия и определения. Линейное однородное дифференциальное уравнение. Фундаментальная система решений. Структура общего решения линейного однородного дифференциального уравнения. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка и методы их решения (метод вариации произвольных постоянных, метод неопределенных коэффициентов).

Тема 12. Математическая модель движения тела, брошенного под углом к горизонту (2 ч.)

Построение математической модели движения тела, брошенного под углом к горизонту. Определение координат тела, брошенного под углом к горизонту, в любой момент времени t . Нахождение уравнения траектории движения тела, брошенного под углом к горизонту. Определение дальности полета тела, брошенного под углом к горизонту.

Тема 13. Математическое моделирование колебательных процессов (2 ч.)

Дифференциальное уравнение гармонических колебаний. Свободные колебания. Затухающие колебания. Вынужденные колебания (в среде без сопротивления, в среде с сопротивлением).

Тема 14. Математическая модель колебаний математического маятника.

Колебания в электрическом контуре. (2 ч.)

Построение математической модели колебаний математического маятника. Построение математической модели колебаний в электрическом контуре.

Модуль 3. Математическое моделирование экологических и биологических процессов (12 ч.)

Тема 15. Моделирование процессов роста в природе (2 ч.)

Построение математической модели роста листа виктории-регии. Построение математической модели роста дерева.

Тема 16. Математические модели динамики численности популяции. Модель Мальтуса (2 ч.)

Построение математической модели динамики численности популяции в изолированной колонии (модель Мальтуса). Построение математической модели динамики численности популяции с учетом скрещивания организмов.

Тема 17. Математические модели динамики численности популяции. Модель Ферхюльста (2 ч.)

Построение математической модели динамики численности популяции в условиях конкурентной борьбы внутри популяции. Модель Ферхюльста.

Тема 18. Математическая модель соперничества в системе «хищник-жертва» (модель Лотки-Вольтерра) (2 ч.)

Построение математической модели динамики численности популяции в условиях конкурентной борьбы двух популяций (модель Лотки-Вольтерра).

Тема 19. Математическая модель химических реакций (2 ч.)

Построение математической модели химических реакций первого, второго, третьего порядков.

Тема 20. Математические модели задач на смеси. Обеднение растворов. Растворение вещества с течением времени (2 ч.)

Определение закона изменения содержания соли в сосуде в зависимости от времени протекания жидкости через сосуд. Определение закона зависимости количества растворившегося твердого вещества в жидкости от времени. Математическая модель растворения вещества при прохождении жидкости.

Модуль 4. Математическое моделирование социально-экономических процессов (12 ч.)

Тема 21. Математическое моделирование финансовых процессов (2 ч.)

Построение математической модели роста денежных вкладов. Построение математической модели роста доходов от инвестиций.

Тема 22. Математические модели экономической динамики (2 ч.)

Математическая модель динамики роста цен при постоянной инфляции. Математическая модель динамики роста цен в условиях конкурентного роста.

Тема 23. Математические модели экономической динамики (2 ч.)

Построение математической модели динамики рыночной цены. Построение математической модели рынка с прогнозируемыми ценами. Экономическая задача выравнивания цен по уровню актива. Об аналогии между некоторыми экономическими задачами и математическим маятником. Анализ моделей. Решение задач.

Тема 24. Математические модели демографических процессов (2 ч.)

Модели динамики численности населения. Непрерывный рост или убывание. Регулируемый прирост. Определение количества населения на определенную дату; динамика роста населения во времени; конкурентная динамика роста; истощение ресурсов.

Тема 25. Математическая модель распространения эпидемий (2 ч.)

Построение математической модели распространения эпидемий.

Тема 26. Математическая модель Ланчестера сражения двух армий (2 ч.)

Построение математической модели сражения двух армий. Задача о гонки вооружений.

6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

6.1 Вопросы и задания для самостоятельной работы

Восьмой семестр (8 ч.)

Модуль 1. Построение элементарных математических моделей на основе дифференциальных уравнений первого порядка (4 ч.)

Вид СРС: Выполнение индивидуальных заданий

Вариант индивидуального домашнего задания

1. Построить математическую модель процесса распада радиоактивного вещества, если известно, что период полураспада радиоактивного вещества составляет 86 лет. Определить, за какое время распадется 43% атомов от их первоначального количества.

- В культуре пивных дрожжей быстрота прироста действующего фермента пропорциональна наличному его количеству x . Первоначальное количество фермента было 100 г. Через час оно удвоилось. Построить математическую модель задачи. Во сколько раз количество фермента увеличится через 5 ч?
- За какое время вытечет вся вода из цилиндрического бака, диаметр основания которого 2 м и высота 3 м, через круглое отверстие в дне бака диаметром 6 см? Построить математическую модель задачи. Рассмотреть случаи, когда ось цилиндра (вертикальна, горизонтальна).
- Выполните содержательную, концептуальную и математическую постановки для математической модели, описывающей процесс остывания чайника.
- Разработайте простую аналитическую модель изменения давления с высотой над уровнем моря, проанализируйте ее с позиций сложности объекта, типа входных и выходных параметров, цели моделирования. Проведите численные эксперименты для различных значений входных переменных. Найти атмосферное давление на высоте 500 м над уровнем моря, пренебрегая изменениями температуры воздуха на этой высоте.
- Количество света, поглощаемое слоем воды малой толщины, пропорционально количеству падающего на него света и толщине слоя. Слой воды толщиной 35 см поглощает половину падающего на него света. Построить математическую модель изменения интенсивности светового потока с толщиной слоя воды. Какую часть света поглотит слой толщиной в 2 м?
- В цепь последовательно включены резистор сопротивлением 5 Ом и конденсатор емкостью 2 мкФ, заряд которого в момент замыкания цепи равен 3 Кл. Построить математическую модель задачи. Найти силу тока в цепи в момент ее замыкания и через тысячную долю секунды после замыкания.
- При выпуске нового товара на рынок фирма проводит рекламную акцию, в результате которой из общего числа потенциальных покупателей $N = 50000$ человек о новинке узнают $N / 4$ покупателей. После этого сведения о новом товаре распространяются с помощью передачи информации от одних покупателей к другим. Скорость изменения числа знающих о новинке покупателей пропорциональна как числу x знающих о товаре, так и числу покупателей, которые о нем не знают. Постройте математическую модель распространения рекламы. Определить, сколько человек будут знать о новинке через 10 дней после выхода рекламы.

Вид СРС: Подготовка к контрольной работе

Примерный вариант контрольной работы.

Часть 1. Методы решения дифференциальных уравнений первого порядка

- Найти общее решение $x(1 + y^2)dx + y(1 + x^2)dy = 0$.
- Найти общее решение $(1 + e^x)yy' = e^x$.
- Найти общее решение $y' - y \operatorname{ctg} x = 2x \sin x$.
- Найти общее решение $x \frac{dy}{dx} = x + 2y$.
- Найти общее решение $(x + y - 1)dx + (x - y^2 + 3)dy = 0$.

Часть 2. Построение математических моделей процессов и явления на основе дифференциальных уравнений первого порядка

- Известно, что скорость охлаждения тела в любой момент времени пропорциональна разности температуры тела и температуры окружающей среды. В течение 10 минут тело охладилось от 100° до 60° при температуре окружающего воздуха 20° . Определить закон изменения температуры тела со временем. За какое время тело остынет до 25° ?
- При выпуске нового товара на рынок фирма проводит рекламную акцию, в результате которой из общего числа потенциальных покупателей $N = 20000$ человек о новинке

- узнают $N/2$ покупателей. После этого сведения о новом товаре распространяются с помощью передачи информации от одних покупателей к другим. Скорость изменения числа знающих о новинке покупателей пропорциональна как числу x знающих о товаре, так и числу покупателей, которые о нем не знают. Постройте математическую модель распространения рекламы. Определить, сколько человек будут знать о новинке через 30 дней после выхода рекламы.
3. Известно, что количество радиоактивного вещества, распадающегося за единицу времени, пропорционально количеству этого вещества, имеющемуся в рассматриваемый момент. Имеется некоторое количество радиоактивного вещества. За 100 дней распалось 15% первоначального количества радиоактивного вещества. Через какое время останется 5% от первоначального количества?
 4. В благоприятных для размножения условиях находится некоторое количество бактерий. Скорость размножения бактерий пропорциональна их количеству. В начальный момент имелось 100 бактерий, а в течение 6 часов их число удвоилось. Найти зависимость количества бактерий от времени и количество бактерий через сутки?
 5. Поглощение светового потока тонким слоем воды пропорционально толщине слоя и потоку, падающему на его поверхность. При прохождении через слой толщиной 2 м поглощается $1/3$ первоначального светового потока. Определить, какой процент первоначального светового потока дойдет до глубины 4 м.
 6. За какое время вытечет вся вода из цилиндрического бака диаметром 1,8 м и высотой $H = 2,45$ м через круглое отверстие в дне диаметром 6 см? Ось цилиндра вертикальна.

Модуль 2. Математическое моделирование физических процессов (4 ч.)

Вид СРС: Выполнение индивидуальных заданий

Вариант индивидуального домашнего задания

1. Скорость движущегося тела возрастает обратно пропорционально пройденному пути. В начальный момент времени тело находилось на расстоянии s_0 от начала отсчета пути и имело скорость v_0 . Определить пройденный путь и скорость тела через t с после начала движения. Решить задачу для $s_0 = 5$ м, $v_0 = 20$ м/с, $t = 20$ с.
2. Ускорение локомотива, имеющего начальную скорость v_0 , прямо пропорционально силе тяги F и обратно пропорционально массе поезда m . Сила тяги локомотива $F = b - kv$, где v – скорость, b и k – постоянные величины. Найти силу тяги локомотива по истечении времени t , если в начальный момент времени при $t = t_0$, $F = F_0 = b - kv_0$.
3. Тело массой 3 кг сброшено с высоты с начальной скоростью 2 м/с. Сопротивление воздуха пропорционально скорости тела. Через 3 с скорость тела составила 5 м/с. Определить скорость тела через 5 с.
4. Лодка замедляет свое движение под действием сопротивления воды, которое пропорционально скорости лодки. Начальная скорость лодки равна 2 м/с, а ее скорость через 4 с равна 1 м/с. Через сколько секунд скорость лодки будет равна 0,25 м/с? Какой путь может пройти лодка до остановки?
5. Футбольный мяч весом 0,4 кг брошен вверх со скоростью 20 м/с. Сопротивление воздуха пропорционально квадрату скорости и равно 0,48 г при скорости 1 м/с. Построить математическую модель задачи. Найти время подъема мяча и наибольшую высоту подъема. Проанализировать, как изменятся эти результаты, если пренебречь сопротивлением воздуха?
6. При отклонении груза от положения равновесия на расстояние x пружина действует на него с силой kx , направленной к положению равновесия. Найти период свободных колебаний массы m , подвешенной к пружине, если движение происходит без сопротивления.
7. Разработайте алгоритм решения задачи о вынужденных колебаниях маятника при наличии силы вязкого сопротивления и реализуйте его на персональном компьютере. Исследуйте, как влияет частота и амплитуда колебаний подвеса на поведение маятника.

Сформулируйте концептуальную и математическую постановки для модели, описывающей свободные колебания системы.

Вид СРС: Подготовка к контрольной работе

Часть 1. Теоретическая часть. Решение линейных дифференциальных уравнений второго порядка.

1. Найти общее решение уравнения: $y'' - 4y' + 5y = 0$.
2. Найти общее решение уравнения: $y'' - 2y' - 3y = x^2$.
3. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее данным начальным условиям: $y'' - 4y' = 8e^{2x}$, $y(0) = 1$, $y'(0) = -8$.
4. Решить методом вариации произвольной постоянной: $y'' + 3y' + 2y = \frac{1}{e^x + 1}$.
5. Решить уравнение: $y'' - 9y = e^{3x} + \sin 2x$.

Часть 2. Построение математических моделей физических процессов.

1. Прогулочный катер движется со скоростью 1 м/с. Причаливая к пирсу, машинист остановил двигатель и через 10 с скорость катера упала до 0,5 м/с. Считая, что сила сопротивления воды пропорциональна скорости движения, найти скорость катера через 1 мин после остановки двигателя. Указание: для построения математической модели задачи использовать второй закон Ньютона, при этом сила, действующая на лодку $F = -kv(t)$, где $v(t)$ – скорость лодки, k – коэффициент пропорциональности. Силой тяжести в данной задаче можно пренебречь.
2. Тело массы m падает вертикально вниз с некоторой высоты. Сила вязкого трения, действующая на тело, пропорциональна величине скорости: $F_{\text{тр}} = -kv$, где $k > 0$ – коэффициент трения. Построить математическую модель изменения скорости тела с течением времени.
3. Мяч весом 0,5 кг брошен вверх со скоростью 20 м/с. Сопротивление воздуха пропорционально квадрату скорости 5Н. Построить математическую модель задачи. Считая ускорение свободного падения равным 10 м/с^2 , найти наибольшую высоту подъема мяча.
4. Снаряд вылетает из орудия со скоростью v_0 под углом 45° к горизонту. Масса снаряда равна m . Сопротивление воздуха пропорционально квадрату скорости полета. Постройте математическую модель полета снаряда. На какую высоту поднимется и какое расстояние пролетит снаряд по горизонтали за время t ?
5. Процесс колебания относительно положения равновесия материальной точки массы m под действием силы упругости $F = -k_1y$ и внешней силы $f(t) = k_2e^{-t}$ может быть описан уравнением, составленным на основании второго закона Ньютона: $my'' = -k_1y + k_2e^{-t}$, где $y = y(t)$ – отклонение в момент времени t точки относительно положения равновесия. Определить закон движения $y = y(t)$, если положение точки в начальный момент времени и при $t = 1$ заданы $y(0) = 0$, $y(1) = 0$. Решить задачу при следующих значениях коэффициентов пропорциональности: $k_1 = m$, $k_2 = 2m$. Определить приближенно значение y в момент $t = 5$.

Модуль 3. Математическое моделирование экологических и биологических процессов (18 ч.)

Вид СРС: Подготовка к контрольной работе

Примерный вариант контрольной работы.

Построение математических моделей биологических и химических процессов.

1. Сосуд объемом 50 л содержит воздух (80% азота и 20% кислорода). В сосуд втекает 0,2 л азота в секунду, который непрерывно перемешивается, и вытекает такое же количество смеси. Построить математическую модель задачи. Определить через какое время в сосуде будет 90% азота?

2. Вещество А превращается в вещество В. Спустя 1 ч после начала реакции осталось 44,8 г вещества А, а после 3 ч – 11,2 г вещества. Построить математическую модель задачи. Определить первоначальное количество вещества А и время, когда останется половина этого вещества.
3. В озере живут рыбы двух видов: щуки и караси. Караси питаются водорослями, а щуки – карасями. Построить математическую модель изменения численности карасей и щук в озере.
4. Охарактеризуйте математическую модель численности популяции в условиях конкурентной борьбы внутри популяции.
5. Приведите примеры построения математических моделей процессов роста в природе.

Вид СРС: Подготовка к коллоквиуму

1. Проанализируйте различные определения математической модели.
2. Что может выступать в качестве оператора при математическом моделировании?
3. Какое определение математической модели можно использовать в школьном курсе математики?
4. Приведите примеры математических моделей?
5. Сформулируйте понятие метода математического моделирования?
6. Перечислите основные области применения математического моделирования.
7. По каким классификационным признакам можно разделить математические модели?
8. Какие типы моделей используются в изучаемых вами дисциплинах (включая дисциплины вузовского и/или школьного курса)?
9. Какие процессы описываются дифференциальным уравнением экспоненциального роста или убывания?
10. Как называются модели, в которых предполагается отсутствие всяких случайных воздействий и их элементы (элементы модели) достаточно точно установлены? Приведите примеры.
11. В каком моделировании функционирование объектов, процессов или систем описывается набором алгоритмов? Приведите примеры.
12. Какая математическая модель называется стохастической? Приведите примеры.
13. Чем простые модели отличаются от сложных? В чем заключается сложность моделирования систем?
14. Чем отличаются линейные и нелинейные модели? Приведите примеры.
15. Какие типы моделей выделяются по виду параметров моделирования? Чем характерна дескриптивная модель? Приведите примеры.
16. Для каких целей служит оптимизационная модель? Приведите примеры.
17. Чем отличаются стационарные и нестационарные модели? Приведите примеры стационарных и нестационарных моделей.
18. Приведите примеры математических моделей процессов роста в природе.
19. Какие математические модели динамики численности популяций вам известны? Охарактеризовать каждую модель.
20. Каковы особенности математической модели соперничества в системе «хищник – жертва» (модель Лотки-Вольтерра).
21. Охарактеризуйте математическое моделирование химических реакций.
22. Опишите построение математических моделей изменения содержания соли в сосуде в зависимости от времени протекания жидкости через сосуд, изменения количества растворившегося твердого вещества в жидкости от времени.

Модуль 4. Математическое моделирование социально-экономических процессов (18 ч.)

Вид СРС: Выполнение индивидуальных заданий

Вариант индивидуального домашнего задания

1. Какая сумма будет находиться на счету через 500 лет, если сегодня открыть сберегательный вклад в один рубль под 5% годовых с непрерывным начислением процентов?
2. Население города в течение 50 лет удвоилось за счет естественного прироста и составляет 40000 человек. Определить население города через 10 лет. Когда население достигнет 1 млн. человек.

3. Функции спроса и предложения на некоторый товар имеют вид: $d(p) = 50 - 2p - 4\frac{dp}{dt}$ и

$s(p) = 20 + p(t) + \frac{dp}{dt}$. Найти зависимость равновесной цены от времени, если $p(0) = 10$.

Является ли цена устойчивой?

4. Изменение объема продукции, реализованной к моменту времени t . Пусть $y = y(t)$ – объем продукции, реализованной к моменту времени t . Предположим, что цена на данный товар остается постоянной (в пределах рассматриваемого промежутка времени). Тогда функция $y = y(t)$ удовлетворяет уравнению $y'(t) = ky(t)$, где $k = mpl$, m – норма инвестиций, p – продажная цена, l – коэффициент пропорциональности между величиной инвестиций и скоростью выпуска продукции. Выяснить, по истечении какого промежутка времени объем реализованной продукции удвоится по сравнению с первоначальным, если значение коэффициента пропорциональности k в уравнении $y'(t) = ky(t)$, равно 0,1. На сколько процентов следует увеличить норму инвестиций, чтобы промежуток времени, необходимого для удвоения объема реализованной продукции уменьшился на 20%.
5. При изучении развития эпидемии некоторого заболевания обычно выделяют три группы людей: x – группа людей, восприимчивых к данному заболеванию, но еще не заразившаяся им; y – группа уже больных или инфицированных людей, которые могут выступать разносчиками болезни; z – группа людей, невосприимчивых к этой болезни или получившие иммунитет после перенесенного заболевания. Постройте математическую модель развития эпидемии. Предложите систему гипотез для обоснования данной модели. Проведите качественный анализ математической модели. Предложите другие варианты моделей эпидемии с учетом: а) изменения общей численности населения, связанные с рожденьями и естественными смертями; б) смертности от данного заболевания; в) непостоянства доли заболевших людей.
6. Государство решило оказать поддержку остановившему производство предприятию-банкроту. В течение года на счет предприятия непрерывно будут поступать денежные средства, причем кризисный управляющий может выбрать одну из схем господдержки: либо перечисленные средства равномерно возрастают и к концу года достигают некоторого фиксированного значения, либо средства равномерно убывают от данного фиксированного значения до нуля к концу года. Какая из предложенных схем приведет к выпуску большего объема продукции, если известно, что из-за ветхости оборудования коэффициент выбытия фондов за год равен двум, а показатель отдачи инвестиций в данной отрасли составляет 40 %?

Вид СРС: Подготовка к контрольной работе

Примерный вариант контрольной работы.

Построение математических моделей социальных и экономических процессов.

1. Численность населения $y(t)$ некоторой страны удовлетворяет дифференциальному уравнению $\frac{dy}{dt} = 0,2y(1 - 10^{-4}y)$, где время t измеряется в годах. В начальный момент времени население составляло 1000 чел. Через сколько лет численность населения возрастет в 4 раза?
2. В городе с населением 4000 чел. Распространение эпидемии подчиняется закону

$\frac{dy}{dt} = 0,001y(4000 - y)$, где y – число заболевших в момент времени t . Через какое время заболеет 90% населения, если в начальный момент времени болело 2% населения?

3. Функции спроса и предложения имеют вид:

$$y = 25 - 2p + 3\frac{dp}{dt}, \quad y = 15 - p + 4\frac{dp}{dt}.$$

4. Найти зависимость равновесной цены p от времени, если в начальный момент времени $p = 9$.

5. Кредит в сто тысяч рублей взят на пять лет под 15% годовых. Какую сумму нужно будет погасить кредитору, если накопительные проценты начисляются: а) каждый год; б) каждый месяц; в) непрерывно? Определите, какая схема начисления процентов по кредиту выгодна заемщику?

Вид СРС: Подготовка к коллоквиуму

1. Перечислите основные этапы математического моделирования.
2. На основании какой информации выполняется формулировка концептуальной постановки задачи моделирования?
3. Кто участвует в разработке содержательной постановки задачи?
4. Какая из постановок задачи (содержательная, концептуальная или математическая) является самой абстрактной?
5. Что включает понятие корректности математической задачи? Каким условиям должна удовлетворять корректная модель?
6. Какие цели преследует проверка адекватности модели? Перечислите причины возможной неадекватности модели.
7. Для решения каких задач может быть использована математическая модель?
8. Перечислите основные методы построения математических моделей.
9. Привести пример построения математической модели на основе вариационных принципов.
10. Раскрыть суть применения аналогий при построении моделей.
11. Определить смысл иерархического подхода к построению моделей.
12. Приведите примеры математических моделей, построенных на основе законов сохранения, фундаментальных уравнений физики?
13. Назовите основные методы реализации моделей, перечислите их достоинства и недостатки.
14. Охарактеризовать математические модели финансовых процессов.
15. Охарактеризовать математические модели экономических процессов: макро модель экономического роста.
16. Охарактеризуйте математическое моделирование демографических процессов.
17. Охарактеризовать математическую модель Ланкастера сражения двух армий.
18. Сформулировать и описать математическую модель распространения эпидемии.
19. Приведите примеры математических моделей трудноформализуемых объектов.
20. Построить экономическую модель спроса и предложения в предположении их линейной зависимости от цены. Провести анализ изменения цен в зависимости от начальной цены.

7. Тематика курсовых работ(проектов)

Курсовые работы (проекты) по дисциплине не предусмотрены.

8. Оценочные средства для промежуточной аттестации

8.1. Компетенции и этапы формирования

Коды компетенций	Этапы формирования		
	Курс, семестр	Форма контроля	Модули (разделы) дисциплины

ПК-1 ПК-4	4 курс, Восьмой семестр	Зачет	Модуль 1: Построение элементарных математических моделей на основе дифференциальных уравнений первого порядка.
ПК-1 ПК-4	4 курс, Восьмой семестр	Зачет	Модуль 2: Математическое моделирование физических процессов.
ПК-1 ПК-4	5 курс, Девятый семестр	Экзамен	Модуль 3: Математическое моделирование экологических и биологических процессов.
ПК-1 ПК-4	5 курс, Девятый семестр	Экзамен	Модуль 4: Математическое моделирование социально-экономических процессов.

Сведения об иных дисциплинах, участвующих в формировании данных компетенций:

Компетенция ПК-1 формируется в процессе изучения дисциплин:

3D моделирование, Алгебра, Алгоритмический подход в обучении математике, Аналитические вычисления в системах компьютерной математики, Аналитические методы исследования геометрических объектов, Вводный курс математики, Векторно-координатный метод решения геометрических задач, Визуализация и анимация в 3D редакторах, Внеурочная деятельность учащихся по информатике, Воспитательная работа в обучении математике, Вычислительный эксперимент в свободных средах программирования, Геометрические и физические приложения определенного интеграла, Геометрия, Задачи с параметрами и методы их решения, Защита информации в компьютерных сетях, Имитационное моделирование, Интеграция алгебраического и геометрического методов в обучении математике, Интерактивные технологии обучения математике, Интернет-технологии, Информационная безопасность в образовании, Информационные системы, Исследовательская и проектная деятельность в обучении математике, Исследовательская и проектная деятельность учащихся по информатике, Исторический подход в обучении математике, Комбинаторные конструкции и производящие функции, Компетентностный подход в обучении математике, Компьютерная алгебра, Компьютерная графика, Компьютерное моделирование, Компьютерные сети, Криптографические основы безопасности, Математические методы обработки экспериментальных данных, Математический анализ, Математическое моделирование, Методика обучения информатике, Методика обучения математике, Методика обучения учащихся нестандартным методам решения математических задач, Методика подготовки к государственной итоговой аттестации по математике, Методология обучения математике, Методы аксиоматического построения алгебраических систем, Методы решения задач государственной итоговой аттестации по математике, Методы решения задач по информатике, Методы решения трансцендентных уравнений, неравенств и их систем, Моделирование в системах динамической математики, Нестандартные методы решения математических задач, Общая теория линейных операторов и ее приложение к решению геометрических задач, Оптимизация и продвижение сайтов, Особенности подготовки к единому государственному экзамену по математике на базовом уровне, Практикум по информационным технологиям, Применение систем динамической математики в образовании, Программирование,

Проектирование информационно-образовательной среды, Разработка интерактивного учебного контента, Разработка приложений в Microsoft Visual Studio, Разработка электронных образовательных ресурсов и методика их оценки, Реализация прикладной направленности в обучении математике, Решение геометрических задач средствами компьютерного моделирования, Решение задач основного государственного экзамена по математике, Решение задач по криптографии, Решение задач повышенного уровня сложности по алгебре, Решение задач повышенного уровня сложности по геометрии, Решение задач повышенного уровня сложности по теории вероятностей, Решение олимпиадных задач по информатике, Решение прикладных задач информатики, Свободное программное обеспечение в образовании, Свободные инструментальные системы, Системы компьютерной математики, Современные средства оценивания результатов обучения, Современные технологии в обучении математике, Современный урок информатики, Современный урок математики, Теоретические основы информатики, Технологии дополненной и виртуальной реальности, Технологии разработки мобильных приложений, Технологический подход в обучении математике, Технология обучения математическим доказательствам в школе, Технология обучения учащихся решению математических задач, Технология работы с теоремой в обучении математике, Технология разработки и методика проведения элективных курсов по математике, Технология укрупнения дидактических единиц в обучении математике, Формы и методы работы с одаренными детьми, Численные методы, Экстремальные задачи в школьном курсе математики, Элементарная математика, Элементы конструктивной геометрии в школьном курсе математики, Элементы математического анализа в комплексной области, Элементы функционального анализа, Проектирование в системах автоматизированного проектирования.

Компетенция ПК-4 формируется в процессе изучения дисциплин:

3D моделирование, Аналитические вычисления в системах компьютерной математики, Векторно-координатный метод решения геометрических задач, Визуализация и анимация в 3D редакторах, Воспитательная работа в обучении математике, Вычислительный эксперимент в свободных средах программирования, Защита информации в компьютерных сетях, Имитационное моделирование, Интеграция алгебраического и геометрического методов в обучении математике, Интерактивные технологии обучения математике, Интернет-технологии, Информационная безопасность в образовании, Информационные системы, Исследовательская и проектная деятельность в обучении математике, Компьютерная графика, Компьютерное моделирование, Компьютерные сети, Криптографические основы безопасности, Математическое моделирование, Методика обучения информатике, Методика обучения информатике в профильных классах, Методика обучения математике, Методика обучения учащихся нестандартным методам решения математических задач, Методика подготовки к государственной итоговой аттестации по математике, Методика подготовки учащихся к государственной итоговой аттестации по информатике, Методика решения задач повышенной трудности по информатике, Методы решения задач государственной итоговой аттестации по математике, Методы решения задач по информатике, Методы решения трансцендентных уравнений, неравенств и их систем, Моделирование в системах динамической математики, Нестандартные методы решения математических задач, Оптимизация и продвижение сайтов, Практикум по информационным технологиям, Применение систем динамической математики в образовании, Программирование, Проектирование информационно-образовательной среды, Разработка интерактивного учебного контента, Разработка приложений в Microsoft Visual Studio, Разработка электронных образовательных ресурсов и методика их оценки, Решение геометрических задач средствами компьютерного моделирования, Решение задач по криптографии, Решение задач повышенного уровня сложности по алгебре, Решение задач повышенного уровня сложности по геометрии, Решение задач повышенного уровня сложности по теории вероятностей, Решение олимпиадных задач по информатике, Решение прикладных задач информатики, Свободное программное обеспечение в образовании, Свободные инструментальные системы,

Системы компьютерной математики, Современные технологии в обучении математике, Современный урок математики, Теоретические основы информатики, Технологии дополненной и виртуальной реальности, Технологии разработки мобильных приложений, Технология разработки и методика проведения элективных курсов по информатике, Технология разработки и методика проведения элективных курсов по математике, Численные методы, Проектирование в системах автоматизированного проектирования.

8.2. Показатели и критерии оценивания компетенций, шкалы оценивания

В рамках изучаемой дисциплины студент демонстрирует уровни овладения компетенциями:

Повышенный уровень:

знает и понимает теоретическое содержание дисциплины; творчески использует ресурсы (технологии, средства) для решения профессиональных задач; владеет навыками решения практических задач.

Базовый уровень:

знает и понимает теоретическое содержание; в достаточной степени сформированы умения применять на практике и переносить из одной научной области в другую теоретические знания; умения и навыки демонстрируются в учебной и практической деятельности; имеет навыки оценивания собственных достижений; умеет определять проблемы и потребности в конкретной области профессиональной деятельности.

Пороговый уровень:

понимает теоретическое содержание; имеет представление о проблемах, процессах, явлениях; знаком с терминологией, сущностью, характеристиками изучаемых явлений; демонстрирует практические умения применения знаний в конкретных ситуациях профессиональной деятельности.

Уровень ниже порогового:

имеются пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, студент допускает принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий, не способен продолжить обучение или приступить к профессиональной деятельности по окончании вуза без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.

Уровень сформированности компетенции	Шкала оценивания для промежуточной аттестации		Шкала оценивания по БРС
	Экзамен (дифференцированный зачет)	Зачет	
Повышенный	5 (отлично)	зачтено	90 – 100%
Базовый	4 (хорошо)	зачтено	76 – 89%
Пороговый	3 (удовлетворительно)	зачтено	60 – 75%
Ниже порогового	2 (неудовлетворительно)	незачтено	Ниже 60%

Критерии оценки знаний студентов по дисциплине

Оценка	Показатели
Отлично	Теоретическое содержание курса освоено полностью, необходимые навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному; студент показывает полные и глубокие знания программного материала, логично и аргументировано отвечает на вопросы, показывает высокий уровень теоретических знаний и практических умений. На экзамене дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос, показана совокупность осознанных знаний об объекте, доказательно раскрыты основные положения темы; в ответе

	прослеживается четкая структура, логическая последовательность, отражающая сущность раскрываемых понятий, теорий, явлений. Знание об объекте демонстрируется на фоне понимания его в системе данной науки и междисциплинарных связей.
Хорошо	Теоретическое содержание курса освоено полностью, некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно, все предусмотренные программой обучения задания выполнены, некоторые из выполненных заданий содержат незначительные ошибки и неточности. На экзамене дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос, показано умение выделить существенные и несущественные признаки, причинно-следственные связи. Ответ четко структурирован, логичен, изложен в терминах науки. Однако допущены незначительные ошибки или недочеты, исправленные обучающимся с помощью «наводящих» вопросов.
Удовлетворительно	Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые виды заданий выполнены с ошибками. На экзамене дан неполный ответ, логика и последовательность изложения имеют существенные нарушения. Допущены грубые ошибки при определении сущности раскрываемых понятий, теорий, явлений, вследствие непонимания обучающимся их существенных и несущественных признаков и связей. В ответе отсутствуют выводы. Умение раскрыть конкретные проявления обобщенных знаний не показано. Речевое оформление требует поправок, коррекции.
Неудовлетворительно	Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые практические навыки работы не сформированы, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий не выполнено, либо качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимальному; студент допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач. Студент демонстрирует незнание основного содержания дисциплины, обнаруживая существенные пробелы в знаниях учебного материала, допускает принципиальные ошибки в выполнении предлагаемых заданий; затрудняется делать выводы и отвечать на дополнительные вопросы преподавателя.
Зачтено	Теоретическое содержание курса освоено полностью, практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные программой обучения задания выполнены. На зачете дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос, показано умение выделить существенные и несущественные признаки, причинно-следственные связи. Ответ четко структурирован, логичен, изложен в терминах науки. Возможно, допущены незначительные ошибки или недочеты, исправленные обучающимся с помощью «наводящих» вопросов преподавателя.
Незачтено	Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые практические навыки работы не сформированы, большинство

	предусмотренных программой обучения учебных заданий не выполнено, либо качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимальному; студент допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач. Студент демонстрирует незнание основного содержания дисциплины, обнаруживая существенные пробелы в знаниях учебного материала, допускает принципиальные ошибки в выполнении предлагаемых заданий; затрудняется делать выводы и отвечать на дополнительные вопросы преподавателя.
--	---

8.3. Вопросы, задания текущего контроля

Модуль 1: Построение элементарных математических моделей на основе дифференциальных уравнений первого порядка

ПК-1 готовностью реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов

1. Сформулируйте понятие дифференциальной модели процесса или явления. Приведите алгоритм составления дифференциальных уравнений по условиям прикладных задач.

2. Из эксперимента известно, что скорость распада радиоактивного вещества пропорциональна его количеству в момент времени t . Постройте математическую модель распада радиоактивного вещества. Определите период полураспада радиоактивного вещества.

3. В благоприятных для размножения условиях находится некоторое количество N_0 бактерий. Из эксперимента известно, что скорость размножения бактерий пропорциональна их количеству. Построить математическую модель роста числа бактерий с течением времени. За какое время количество бактерий увеличится в m раз по сравнению с начальным их количеством?

4. Тело, имеющее в начальный момент времени температуру T_0 поместили в среду, температура которой поддерживается равной T_c . Экспериментально установлено, что при определенных упрощениях скорость изменения температуры тела пропорциональна разности температуры тела и температуры окружающей среды. Постройте математическую модель изменения температуры тела с течением времени.

5. Сосуд, площадь $S = S(h)$ поперечного сечения которого есть известная функция высоты h , наполнен жидкостью до уровня H . В дне сосуда имеется отверстие площади σ , через которое жидкость вытекает. Построить математическую модель процесса истечения жидкости через отверстие в сосуде. Определить время t , за которое уровень жидкости понизится от начального положения H до произвольного $0 \leq h \leq H$, и время полного опорожнения сосуда.

ПК-4 способностью использовать возможности образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемых учебных предметов

1. Какова роль математического моделирования в реализации прикладной направленности школьного курса математики? Приведите примеры построения математических моделей по условиям прикладных задач школьного курса.

2. Для обоснования каких законов физики школьного курса могут использоваться дифференциальные модели?

3. Какие процессы описываются дифференциальным уравнением экспоненциального роста или убывания?

4. Выполните математическую постановку для модели, описывающей процесс остывания чайника.

5. Выполните математическую постановку для модели, описывающей истечение жидкости через отверстие в сосуде цилиндрической, конической формы, а также для сосуда в

форме полусферы.

Модуль 2: Математическое моделирование физических процессов

ПК-1 готовностью реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов

1. Какой вид имеет уравнение движения материальной точки в дифференциальной форме? Построить математическую модель горизонтального движения тела, которое в момент времени t_0 находилось в точке x_0 и обладало скоростью v_0 , если, начиная с момента $t = t_0$, на него действует только сила сопротивления среды, пропорциональная скорости (квадрату скорости) движения тела.

2. В чем состоит специфика математического моделирования вертикального движения тела с учетом сопротивления среды. Приведите примеры задач, на движение тела с учетом сопротивления среды.

3. Какой вид имеет уравнение, описывающее гармонические колебания? Подвешенное на пружине тело массой m , совершает колебания около положения равновесия. Построить математическую модель движения тела. Рассмотреть случаи свободных, затухающих, вынужденных колебаний.

4. Сформулировать концептуальную и математическую постановки для модели, описывающей движение тела, брошенного под углом к горизонту. Получить точное аналитическое решение задачи.

5. Описать моделирование колебаний математического и физического маятника?

ПК-4 способностью использовать возможности образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемых учебных предметов

1. Разработайте алгоритм решения задачи о вынужденных колебаниях маятника при наличии силы вязкого сопротивления и реализуйте его на персональном компьютере. Исследуйте, как влияет частота и амплитуда колебаний подвеса на поведение маятника. Сформулируйте концептуальную и математическую постановки для модели, описывающей свободные колебания системы.

2. Разработайте алгоритм решения задачи о движении тела, брошенного под углом к горизонту. Выполните анализ решения для системы задачи с использованием средств ИКТ. Исследуйте, как влияют параметры модели на движение тела.

Модуль 3: Математическое моделирование экологических и биологических процессов

ПК-1 готовностью реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов

1. Какие математические модели динамики численности популяций вам известны? Построить математическую модель динамики численности популяции в изолированной колонии (модель Мальтуса).

2. Построить математическую модель динамики численности популяции в условиях конкурентной борьбы внутри популяции (модель Ферхюльста).

3. В резервуаре имеется a кг водного раствора соли, в котором содержится b кг соли. В определенный момент времени включается устройство, непрерывно подающее в резервуар c кг чистой воды в секунду и одновременно удаляющее из него каждую секунду c кг раствора. При этом в самом резервуаре жидкость непрерывно перемешивается. Построить математическую модель изменения со временем количества соли в резервуаре.

4. В результате химической реакции между веществами A и B образуется вещество C . Построить математическую модель изменения количества вещества C от времени, если в момент вступления в реакцию количества веществ A и B были соответственно равны a и b . Скорость реакции пропорциональна произведению реагирующих масс.

5. Построить математическую модель динамики численности популяции в условиях конкурентной борьбы двух популяций (модель Лотки-Вольтерра).

ПК-4 способностью использовать возможности образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения

качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемых учебных предметов

1. Сформулируйте понятия математической модели и метода математического моделирования. Какое определение математической модели можно использовать в школьном курсе математики?

2. Приведите классификацию математических моделей. Охарактеризуйте основные виды математических моделей. Какие типы моделей используются в изучаемых вами дисциплинах (включая дисциплины вузовского и/или школьного курса)?

3. Пусть в некоторой местности обитают две популяции животных, причем животные одной популяции относятся к хищникам, а другой — к травоядным, служащим пищей для хищников. Для описания подобных систем «хищник-жертва» используется модель Лотки-Вольтерра. Предложите систему гипотез, на основании которых Вольтерра записал свою математическую модель. Проведите качественный анализ модели. Выполните анализ решения для системы «хищник – жертва» с использованием средств ИКТ.

4. Разработать модель и программу развития популяции в случае ограниченного роста, что связано с перенаселенностью, нехваткой питания, болезнями. Скорость роста популяции уменьшается с увеличением численности.

Модуль 4: Математическое моделирование социально-экономических процессов

ПК-1 готовностью реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов

1. Доход $Y(t)$, полученный к моменту времени t некоторой отраслью, является суммой инвестиций $I(t)$ и величины потребления $C(t)$. Предполагается, что скорость увеличения дохода пропорциональна величине инвестиций, $C(t)$ представляет фиксированную часть получаемого дохода: $C(t) = (1 - m)Y(t)$, где m – норма инвестиций. Построить математическую модель роста доходов от инвестиций.

2. Охарактеризовать математические модели демографических процессов. Построить математическую модель задачи определения количества населения на определенную дату.

3. Постройте экономическую модель спроса и предложения в предположении их линейной зависимости от цены. Проведите анализ изменения цен в зависимости от начальной цены при следующих исходных данных: $a = 3$; $b = 2$; $c = 6$; $d = 8$. Определите, в каких пределах может изменяться начальная цена.

4. Построить математическую модель гонки вооружения с учетом двух предположений: 1) Страна X вооружается, опасаясь потенциальной угрозы войны со стороны Y , которая в свою очередь, зная о росте затрат на вооружение страны X , также увеличивает расходы на вооружение. При этом каждая страна изменяет скорость роста вооружений пропорционально уровню затрат другой с коэффициентами пропорциональности a и b ($a > 0$, $b > 0$). 2) Чем больше текущий уровень расходов каждой страны на оборону, тем меньше скорость его роста (коэффициенты пропорциональности равны c и d соответственно).

5. Построить математическую модель роста выпуска продукции в условиях конкуренции. В этой модели предполагается, что рынок не насыщается и продукция продается по цене $p(q) = a - bq$, где $a > 0$, $b > 0$, $q = q(t)$. Найти закон изменения выпуска продукции, если скорость выпуска прямо пропорциональна увеличению инвестиций и часть дохода от реализованной продукции в количестве $q(t)$ расходуется на инвестиции в производство реализуемой продукции.

ПК-4 способностью использовать возможности образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемых учебных предметов

1. Предложите тематику школьных исследовательских проектов, в основе которых лежит метод математического моделирования.

2. Предложите примерную программу элективного курса, содержание которого направлено на формирование навыков математического моделирования с помощью дифференциальных уравнений.

3. Кредит в двести тысяч рублей взят на три года под 14% годовых. Какую сумму

нужно будет погасить кредитору, если накопительные проценты начисляются: а) каждый год; б) каждый месяц; в) непрерывно? Определите, какая схема начисления процентов по кредиту выгодна заемщику?

4. Проведите аналогию между некоторыми экономическими задачами и задачей о математическом маятнике.

5. Построить математическую модель распространения эпидемии. Предполагается, что болезнь имеет длительный период, в то же время заражение происходит достаточно быстро. Зараженные передают инфекцию во время контактов. Пусть a и n – число зараженных и незараженных в начальный момент времени. Число незараженных убывает пропорционально количеству встреч между теми и другими. Найти динамику числа зараженных в этой модели.

8.4. Вопросы промежуточной аттестации

Восьмой семестр (Зачет, ПК-1, ПК-4)

1. Сформулировать понятие дифференциальной модели процесса или явления.
2. Привести алгоритм составления дифференциальных уравнений по условиям прикладных задач.

3. Сформулировать основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений.

4. Охарактеризовать методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка.

5. Построить математическую модель распада радиоактивного вещества. Определить период полураспада радиоактивного вещества.

6. Построить математическую модель роста числа бактерий с течением времени. За какое время количество бактерий увеличится в m раз по сравнению с начальным их количеством?

7. Построить математическую модель изменения давления p с высотой h над уровнем моря.

8. Построить математическую модель изменения температуры тела с течением времени.

9. Построить математическую модель процесса истечения жидкости через отверстие в сосуде. Определить время t , за которое уровень жидкости понизится от начального положения H до произвольного $0 \leq h \leq H$, и время полного опорожнения сосуда. Рассмотреть различные частные случаи.

10. Построить математическую модель определения эффективности рекламы.

11. Построить математическую модель изменения силы тока с течением времени в простейшей электрической цепи.

12. Построить математическую модель интенсивности светового потока (определение закона Бугера)

13. Построить математическую модель движения тела постоянной массы.

14. Построить математическую модель горизонтального движения тела под действием сопротивления среды. Рассмотреть случаи, когда а) сила сопротивления пропорциональна скорости движения тела; б) сила сопротивления пропорциональна квадрату скорости движения тела.

15. Построить математическую модель вертикального движения тела под действием сопротивления среды. Рассмотреть случаи, когда а) сила сопротивления пропорциональна скорости движения тела; б) сила сопротивления пропорциональна квадрату скорости движения тела.

16. Охарактеризовать методы решения линейных дифференциальных уравнений второго порядка.

17. Построить математическую модель движения тела, брошенного под углом к горизонту.

18. Охарактеризовать математическую модель колебательных процессов.

19. Построить математическую модель колебаний математического (физического) маятника.

20. Построить математическую модель колебаний в электрическом контуре.

Девятый семестр (Экзамен, ПК-1, ПК-4)

1. Охарактеризуйте моделирование как метод научного познания. Сформулируйте понятие математической модели и метода математического моделирования.
2. Сформулируйте свойства и особенности построения математических моделей.
3. Перечислите основные требования к математической модели и основные области применения математического моделирования.
4. Какова роль математического моделирования в научных исследованиях?
5. Приведите классификацию математических моделей. Охарактеризуйте основные виды математических моделей.
6. Приведите примеры математических моделей прикладных задач. Какой математический аппарат лежит в основе построения математической модели в каждом примере?
7. Перечислите этапы математического моделирования. Охарактеризуйте каждый этап.
8. Назовите основные методы реализации моделей, перечислите их достоинства и недостатки. Сформулируйте понятие о вычислительном эксперименте.
9. Сформулируйте основные методы построения математических моделей.
10. Приведите примеры математических моделей, построенных на основе фундаментальных уравнений физики.
11. Охарактеризуйте построение математических моделей на основе законов сохранения (закона сохранения массы, энергии, импульса).
12. Охарактеризуйте иерархический подход к построению моделей.
13. Охарактеризуйте метод вариационных принципов при построении математических моделей.
14. Приведите пример построения математической модели на основе метода аналогий.
15. Сформулируйте понятие дифференциальной модели процесса или явления. Приведите алгоритм составления дифференциальных уравнений по условиям прикладных задач.
16. Из эксперимента известно, что скорость распада радиоактивного вещества пропорциональна его количеству в момент времени t . Постройте математическую модель распада радиоактивного вещества. Определите период полураспада радиоактивного вещества.
17. В благоприятных для размножения условиях находится некоторое количество N_0 бактерий. Из эксперимента известно, что скорость размножения бактерий пропорциональна их количеству. Построить математическую модель роста числа бактерий с течением времени. За какое время количество бактерий увеличится в m раз по сравнению с начальным их количеством?
18. Известно, что атмосферное давление с высотой уменьшается. Построить математическую модель изменения давления p с высотой h над уровнем моря. Описать вывод барометрической формулы.
19. В резервуаре имеется a кг водного раствора соли, в котором содержится b кг соли. В определенный момент времени включается устройство, непрерывно подающее в резервуар c кг чистой воды в секунду и одновременно удаляющее из него каждую секунду c кг раствора. При этом в самом резервуаре жидкость непрерывно перемешивается. Построить математическую модель изменения со временем количества соли в резервуаре.
20. Некоторой фирмой реализуется продукция, о которой в момент времени t из N потенциальных покупателей знают лишь x покупателей. Для ускорения сбыта даны рекламные объявления и последующая информация распространяется среди покупателей посредством общения. Можно считать, что скорость изменения числа знающих о продукции покупателей пропорциональна как числу x знающих о товаре, так и числу покупателей, которые о нем не знают. Постройте математическую модель

- распространения рекламы.
21. Охарактеризуйте математическую модель скорости изменения информации (модель Гартмана).
 22. Тело, имеющее в начальный момент времени температуру T_0 поместили в среду, температура которой поддерживается равной T_c . Экспериментально установлено, что при определенных упрощениях скорость изменения температуры тела пропорциональна разности температуры тела и температуры окружающей среды. Постройте математическую модель изменения температуры тела с течением времени.
 23. Сосуд, площадь $S = S(h)$ поперечного сечения которого есть известная функция высоты h , наполнен жидкостью до уровня H . В дне сосуда имеется отверстие площади σ , через которое жидкость вытекает. Построить математическую модель процесса истечения жидкости через отверстие в сосуде. Определить время t , за которое уровень жидкости понизится от начального положения H до произвольного $0 \leq h \leq H$, и время полного опорожнения сосуда.
 24. Построить математическую модель истечения жидкости через отверстие в сосуде цилиндрической формы. Рассмотреть случаи, когда ось цилиндра горизонтальная и вертикальная.
 25. Построить математические модели истечения жидкости через отверстие в сосуде конической формы и в сосуде, имеющего форму полусферы. Определить время полного опорожнения сосудов.
 26. Поглощение светового потока тонким слоем воды пропорционально толщине слоя и потоку, падающему на его поверхность. Построить математическую модель изменения интенсивности светового потока.
 27. В замкнутую электрическую цепь последовательно включены источник тока с электродвижущей силой (ЭДС) $E(t)$, меняющейся с течением времени, активное сопротивление R и катушка с индуктивностью L . Построить математическую модель изменения силы тока с течением времени, если в начальный момент времени она равнялась нулю. Из курса физики, известно, что $E(t) = U_{\text{акт}} + U_{\text{кат}}$, где $U_{\text{акт}}$ – напряжение на активном участке цепи, выражаемое по закону Ома ($U_{\text{акт}} = IR$), а $U_{\text{кат}}$ пропорционально скорости изменения силы тока с коэффициентом пропорциональности L .
 28. В результате химической реакции между веществами A и B образуется вещество C . Построить математическую модель изменения количества вещества C от времени, если в момент вступления в реакцию количества веществ A и B были соответственно равны a и b . Скорость реакции пропорциональна произведению реагирующих масс.
 29. Какой вид имеет уравнение движения материальной точки в дифференциальной форме? Построить математическую модель горизонтального движения тела, которое в момент времени t_0 находилось в точке x_0 и обладало скоростью v_0 , если, начиная с момента $t = t_0$, на него действует только сила сопротивления среды, пропорциональная скорости движения тела.
 30. Построить математическую модель горизонтального движения тела, которое в момент времени t_0 находилось в точке x_0 и обладало скоростью v_0 , если, начиная с момента $t = t_0$, на него действует только сила сопротивления среды, пропорциональная квадрату скорости движения тела.
 31. Построить математическую модель падения тела массы m , которое в начальный момент времени $t = t_0$ находилось в точке x_0 и обладало скоростью v_0 , если сила сопротивления пропорциональна квадрату скорости движения тела.
 32. Построить математическую модель падения тела массы m , которое в начальный момент времени $t = t_0$ находилось в точке x_0 и обладало скоростью v_0 , если сила сопротивления пропорциональна скорости движения.
 33. Какой вид имеет уравнение, описывающее гармонические колебания? Подвешенное на пружине тело массой m , совершает колебания около положения равновесия. Построить математическую модель движения тела. Рассмотреть случаи свободных и затухающих

колебаний.

34. Построить математическую модель вынужденных колебаний в среде без сопротивления и в среде с сопротивлением.
35. Описать моделирование колебаний математического и физического маятника?
36. Какие математические модели динамики численности популяций вам известны? Построить математическую модель динамики численности популяции в изолированной колонии (модель Мальтуса).
37. Построить математическую модель динамики численности популяции в условиях конкурентной борьбы внутри популяции (модель Ферхюльста).
38. Построить математическую модель динамики численности популяции в условиях конкурентной борьбы двух популяций (модель Лотки-Вольтерра).
39. Охарактеризовать математические модели демографических процессов. Построить математическую модель задачи определения количества населения на определенную дату.
40. Построить математические модели: а) динамики роста населения во времени; б) конкурентной динамики роста; в) истощения ресурсов.
41. Построить математическую модель сражения двух армий (модель Ланчестера).
42. Построить математическую модель распространения эпидемии.
43. Некоторая сумма денег A положена в банк под $r\%$ в год. Построить математическую модель роста денежного вклада при условии, что приращение начисляется непрерывно.
44. Доход $Y(t)$, полученный к моменту времени t некоторой отраслью, является суммой инвестиций $I(t)$ и величины потребления $C(t)$. Предполагается, что скорость увеличения дохода пропорциональна величине инвестиций, $C(t)$ представляет фиксированную часть получаемого дохода: $C(t) = (1 - m)Y(t)$, где m – норма инвестиций. Построить математическую модель роста доходов от инвестиций.
45. Пусть $y(t)$ – объем продукции некоторой отрасли, реализованной к моменту времени t . Предполагается, что вся производимая отраслью продукция реализуется по некоторой фиксированной цене p , т.е. выполнено условие не насыщаемости рынка. Пусть $I(t)$ – величина инвестиций, направленных на расширение производства. Предполагается, что скорость выпуска продукции (акселерация) пропорциональна величине инвестиций. Построить математическую модель роста выпуска продукции.
46. Построить математическую модель роста выпуска продукции в условиях конкуренции. В этой модели предполагается, что рынок не насыщается и продукция продается по цене $p(q) = a - bq$, где $a > 0$, $b > 0$, $q = q(t)$. Найти закон изменения выпуска продукции, если скорость выпуска прямо пропорциональна увеличению инвестиций и часть дохода от реализованной продукции в количестве $q(t)$ расходуется на инвестиции в производство реализуемой продукции.
47. Согласно модели Самуэльсона скорость изменения рыночной цены p пропорционально неудовлетворенному спросу. Построить математическую модель динамики рыночной цены, если неудовлетворенный спрос характеризуется выражением $d(p) - s(p)$, где $d(p) = a - bp$, $s(p) = \alpha + \beta p$, соответственно спрос и предложение при цене p .
48. Построить простейшую математическую модель воспроизводства дохода при произвольной функции потребления. Провести анализ модели при различных соотношениях между темпом прироста потребления и технологическим темпом национального дохода.
49. Построить математическую модель рынка с прогнозируемыми ценами.
50. Пусть изменение уровня актива q пропорционально разности между предложением s и спросом d с коэффициентом пропорциональности k ($k > 0$). Пусть изменение цены p также пропорционально отклонению актива q от некоторого фиксированного уровня q_0 с коэффициентом пропорциональности m ($m > 0$). Построить математическую модель выравнивания цен по уровню актива q при вышеизложенных предположениях.

8.5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Промежуточная аттестация проводится в форме экзамена и зачета. Экзамен по дисциплине имеет цель оценить сформированность профессиональных компетенций, теоретическую подготовку студента, его способность к творческому мышлению, приобретенные им навыки самостоятельной работы, умение синтезировать полученные знания и применять их при решении практических задач.

Зачет служит формой проверки усвоения учебного материала практических занятий, готовности к практической деятельности, успешному выполнению производственной и учебной практик и выполнения в процессе этих практик всех учебных поручений в соответствии с утвержденной программой.

При балльно-рейтинговом контроле знаний итоговая оценка выставляется с учетом набранной суммы баллов.

Собеседование (устный ответ) на зачете

Для оценки сформированности компетенции посредством собеседования (устного ответа) студенту предварительно предлагается перечень вопросов или комплексных заданий, предполагающих умение ориентироваться в проблеме, знание теоретического материала, умения применять его в практической профессиональной деятельности, владение навыками и приемами выполнения практических заданий.

При оценке достижений студентов необходимо обращать особое внимание на:

- усвоение программного материала;
- умение излагать программный материал научным языком;
- умение связывать теорию с практикой;
- умение отвечать на видоизмененное задание;
- владение навыками поиска, систематизации необходимых источников литературы по изучаемой проблеме;
- умение обосновывать принятые решения;
- владение навыками и приемами выполнения практических заданий;
- умение подкреплять ответ иллюстративным материалом.

Устный ответ на экзамене

При определении уровня достижений студентов на экзамене необходимо обращать особое внимание на следующее:

- дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос;
- показана совокупность осознанных знаний об объекте, проявляющаяся в свободном оперировании понятиями, умении выделить существенные и несущественные его признаки, причинно-следственные связи;
- знание об объекте демонстрируется на фоне понимания его в системе данной науки и междисциплинарных связей;
- ответ формулируется в терминах науки, изложен литературным языком, логичен, доказателен, демонстрирует авторскую позицию студента;
- теоретические постулаты подтверждаются примерами из практики.

Письменная контрольная работа

Виды контрольных работ: аудиторные, домашние, текущие, экзаменационные, письменные, графические, практические, фронтальные, индивидуальные.

Система заданий письменных контрольных работ должна:

- выявлять знания студентов по дисциплине (разделу дисциплины);
- выявлять понимание сущности изучаемых предметов и явлений, их закономерностей;
- выявлять умение самостоятельно делать выводы и обобщения;
- творчески использовать знания и навыки.

Требования к контрольной работе по тематическому содержанию соответствуют устному ответу.

Также контрольные работы могут включать перечень практических заданий.

9. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

9.1 Основная литература

1. Математическое моделирование [Электронный ресурс] : учеб. пособие для студентов бакалавриата по направлению "Педагогическое образование" / Ю.С. Жаркова; Мордов. гос. пед. ин-т. - Саранск, 2015. - Режим доступа:

<http://library.mordgpi.ru/MegaPro/Download/MObject/548>

2. Рыбаков, К. А. Обыкновенные дифференциальные уравнения: Практический курс / К. А. Рыбаков, А. С. Якимова, А. В. Пантелеев. – Москва : Логос, 2010. – 384 с. – (Новая университетская библиотека). –

Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=84753>

Дополнительная литература

1. Самойленко, А. М. Дифференциальные уравнения. Практический курс. Учеб. пособие / А. М. Самойленко, С. А. Кровошея, Н. А. Перестюк. – М. : Высш. шк., 2006. – 383 с.

2. Филиппов, А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям : учеб. пособие / А. Ф. Филиппов. – М. : Либроком, 2013. – 240 с.

3. Борисов, В. Г. Прикладные задачи теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Механическое движение [Электронный ресурс] : учебное пособие / В. Г. Борисов. – Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2015. – 130 с. – Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=481485&sr=1

4. Губарь, Ю.В. Введение в математическое моделирование / Ю.В. Губарь ; Национальный Открытый Университет "ИНТУИТ". – Москва : Интернет-Университет Информационных Технологий, 2007. – 153 с. : табл., схем. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=233992>

10. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. <http://edu.ru> - Федеральный портал «Российской образование».

2. <http://eqworld.ipmnet.ru/> - «Мир математических уравнений» – учебно-образовательная физико-математическая библиотека

11. Методические указания обучающимся по освоению дисциплины (модуля)

При освоении материала дисциплины необходимо:

- спланировать и распределить время, необходимое для изучения дисциплины;
- конкретизировать для себя план изучения материала;
- ознакомиться с объемом и характером внеаудиторной самостоятельной работы для полноценного освоения каждой из тем дисциплины.

Сценарий изучения курса:

- проработайте каждую тему по предлагаемому ниже алгоритму действий;
- регулярно выполняйте задания для самостоятельной работы, своевременно отчитывайтесь преподавателю об их выполнении;
- изучив весь материал, проверьте свой уровень усвоения содержания дисциплины и готовность к сдаче зачета/экзамена, выполнив задания и ответив самостоятельно на примерные вопросы для промежуточной аттестации.

Алгоритм работы над каждой темой:

- изучите содержание темы вначале по лекционному материалу, а затем по другим источникам;
- прочитайте дополнительную литературу из списка, предложенного преподавателем;
- выпишите в тетрадь основные понятия и категории по теме, используя лекционный материал или словари, что поможет быстро повторить материал при подготовке к промежуточной аттестации;
- составьте краткий план ответа по каждому вопросу, выносимому на обсуждение на аудиторном занятии;

- повторите определения терминов, относящихся к теме;
 - продумайте примеры и иллюстрации к обсуждению вопросов по изучаемой теме;
 - подберите цитаты ученых, общественных деятелей, публицистов, уместные с точки зрения обсуждаемой проблемы;
 - продумывайте высказывания по темам, предложенным к аудиторным занятиям.
- Рекомендации по работе с литературой:
- ознакомьтесь с аннотациями к рекомендованной литературе и определите основной метод изложения материала того или иного источника;
 - составьте собственные аннотации к другим источникам, что поможет при подготовке рефератов, текстов речей, при подготовке к промежуточной аттестации;
 - выберите те источники, которые наиболее подходят для изучения конкретной темы;
 - проработайте содержание источника, сформулируйте собственную точку зрения на проблему с опорой на полученную информацию.

12. Перечень информационных технологий

Реализация учебной программы обеспечивается доступом каждого студента к информационным ресурсам – электронной библиотеке и сетевым ресурсам Интернет. Для использования ИКТ в учебном процессе используется программное обеспечение, позволяющее осуществлять поиск, хранение, систематизацию, анализ и презентацию информации, экспорт информации на цифровые носители, организацию взаимодействия в реальной и виртуальной образовательной среде.

Индивидуальные результаты освоения дисциплины студентами фиксируются в электронной информационно-образовательной среде университета.

12.1 Перечень программного обеспечения

1. Microsoft Windows 7 Pro
2. Microsoft Office Professional Plus 2010
3. 1С: Университет ПРОФ

12.2 Перечень информационно-справочных систем

1. Информационно-правовая система «ГАРАНТ» (<http://www.garant.ru>)
2. Справочная правовая система «Консультант Плюс» (<http://www.consultant.ru>)

12.3 Перечень современных профессиональных баз данных

1. Профессиональная база данных «Открытые данные Министерства образования и науки РФ» (<http://xn---8sblcdzzacvuc0jbg.xn--80abucjiibhv9a.xn--p1ai/opendata/>)
2. Электронная библиотечная система Znanium.com(<http://znanium.com/>)
3. Единое окно доступа к образовательным ресурсам (<http://window.edu.ru>)

13. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Для проведения аудиторных занятий необходим стандартный набор специализированной учебной мебели и учебного оборудования, а также мультимедийное оборудование для демонстрации презентаций на лекциях. Для проведения практических занятий, а также организации самостоятельной работы студентов необходим компьютерный класс с рабочими местами, обеспечивающими выход в Интернет.

Индивидуальные результаты освоения дисциплины фиксируются в электронной информационно-образовательной среде университета.

Реализация учебной программы обеспечивается доступом каждого студента к информационным ресурсам – электронной библиотеке и сетевым ресурсам Интернет. Для использования ИКТ в учебном процессе необходимо наличие программного обеспечения, позволяющего осуществлять поиск информации в сети Интернет, систематизацию, анализ и презентацию информации, экспорт информации на цифровые носители.

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, курсового проектирования (выполнения курсовых работ).

Лаборатория вычислительной техники. (№ 212, главный учебный корпус)

Помещение укомплектовано специализированной мебелью и техническими средствами обучения.

Основное оборудование:

Наборы демонстрационного оборудования: автоматизированное рабочее место в составе (системный блок, монитор, клавиатура, мышь, гарнитура, проектор, интерактивная доска), магнитно-маркерная доска.

Лабораторное оборудование: автоматизированное рабочее место (компьютеры – 11 шт.).

Учебно-наглядные пособия:

Презентации.

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации. (№ 218, главный учебный корпус)

Помещение укомплектовано специализированной мебелью и техническими средствами обучения.

Основное оборудование:

Наборы демонстрационного оборудования: автоматизированное рабочее место в составе (учебный мультимедийный комплекс трибуна, гарнитура, проектор, интерактивная доска), магнитно-маркерная доска.

Учебно-наглядные пособия:

Презентации.

Помещение для самостоятельной работы (№225, главный учебный корпус).

Помещение укомплектовано специализированной мебелью и техническими средствами обучения.

Основное оборудование:

Компьютерная техника с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета (персональный компьютер 10 шт.).

Учебно-наглядные пособия:

Презентации.